

ENGINEER



international scientific journal

SPECIAL ISSUE

E-ISSN

3030-3893

ISSN

3060-5172



SLIB.UZ
Scientific Library of Uzbekistan



A bridge between science and innovation



**TOSHKENT DAVLAT
TRANSPORT UNIVERSITETI**

Tashkent state
transport university



ENGINEER

A bridge between science and innovation

E-ISSN: 3030-3893

ISSN: 3060-5172

SPECIAL ISSUE

16-iyun, 2025



engineer.tstu.uz

**“QURILISHDA YASHIL IQTISODIYOT, SUV VA ATROF-MUHITNI ASRASH
TENDENSIYALARI, EKOLOGIK MUAMMOLAR VA INNOVATSION
YECHIMLAR” MAVZUSIDAGI RESPUBLIKA MIQYOSIDAGI
ILMIY-AMALIY KONFERENSIYA
TASHKILIY QO‘MITASI**

1. Abdurahmonov O.K. – O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Administratsiyasi ijtimoiy rivojlantirish departament rahbari, Toshkent davlat transport universiteti rektori
2. Gulamov A.A – Toshkent davlat transport universiteti prorektori
3. Shaumarov S.S – Toshkent davlat transport universiteti prorektori
4. Suvonqulov A.X. – O‘zsuvta’minoti AJ raisi
5. Xamzayev A.X. – O‘zbekiston ekologik partiyasi raisi
6. Maksumov N.E. – O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi Qurilish va uy-joy kommunal xo‘jaligi sohasida nazorat qilish inspeksiyasi boshlig‘i o‘rinbosari
7. Baratov D.X. – Toshkent davlat transport universiteti prorektori
8. Turayev B. X – Toshkent davlat transport universiteti prorektori
9. Norkulov S.T. – Toshkent davlat transport universiteti prorektori
10. Adilxodjayev A.E. – Universitetdagi istiqbolli va strategik vazifalarni amalga oshirish masalalari bo‘yicha rektor maslahatchisi
11. Negmatov S.S. – “Fan va taraqqiyot” DUK ilmiy rahbari, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi Akademigi
12. Abed N.S. – “Fan va taraqqiyot” DUK raisi
13. Merganov A.M – Ilmiy tadqiqotlar, innovatsiyalar va ilmiy-pedagogik kadrlar tayyorlash bo‘limi boshlig‘i
14. Ibadullayev A. – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasini professori
15. Rizayev A. N. – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasini professori
16. Xalilova R.X. – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasini professori
17. Babayev A.R. – “Qurilish muhandisligi” fakulteti dekani
18. Boboxodjayev R.X – Tahririy nashriyot va poligrafiya bo‘limi boshlig‘i
19. Talipov M.M – Ilmiy nashrlar bilan ishlash bo‘limi boshlig‘i
20. Maxamadjonova Sh.I. - Matbuot xizmati kontent-menedjeri
21. Umarov U.V. – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasini mudiri
22. Eshmamatova D.B. – Oliy matematika kafedrasini mudiri
23. Muxammadiyev N.R. – Bino va sanoat inshootlari qurilishi kafedrasini mudiri
24. Tursunov N.Q. – Materialshunoslik va mashinasozlik kafedrasini mudiri
25. Shermuxammedov U.Z. – Ko‘priklar va tonnellar kafedrasini mudiri
26. Lesov Q.S. – Temir yo‘l muhandisligi kafedrasini mudiri
27. Pirnazarov G‘.F. – Amaliy mexanika kafedrasini mudiri
28. Teshabayeva E.U. – Tabiiy fanlar kafedrasini professori
29. Chorshanbiyev Umar Ravshan o‘g‘li – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasini dotsent v.b.
30. Obidjonov Axror Jo‘raboy o‘g‘li – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasini assistenti



Quadratic stochastic operators as operators describing Fisher's generalized model

O. Anorov¹, F. Sultanova¹

¹Tashkent State transport University, Tashkent, Uzbekistan

Abstract: This article explores the modeling of biological processes using dynamic models. In particular, it highlights the importance of dynamic models in population genetics. To enable a more precise mathematical analysis, the use of quadratic stochastic operators (QSO) is introduced. The paper also examines the role of QSO in the generalized Fisher model and analyzes their mathematical properties. It is demonstrated that QSO serve as a well-founded tool for the stable mathematical modeling of genetic processes within populations. Special attention is given to the fundamental definitions of QSO, their properties, and their application within the model.

Keywords: population, genetics, dynamic model, Fisher model, genotype, quadratic stochastic operator, distribution vector, vector space, fixed point.

Kvadratik stoxastik operatorlar Fisherning umumlashgan modelini tavsiflovchi operatorlar sifatida

Anorov O.¹, Sultanova F.¹

¹Toshkent davlat transport universiteti, Toshkent, O'zbekiston

Annotatsiya: Ushbu maqolada dinamik modellar orqali biologik jarayonlarni tasvirlangan. Aynan dinamik modellarni populyatsiya genetikasidagi ahamiyati haqida ma'lumotlar berilgan. Matematik jihatdan aniqroq tahlil qilish maqsadida kvadratik stoxastik operatorlardan foydalanish tartibi kiritilgan. Shuningdek, maqolada kvadratik stoxastik operatorlarning umumlashgan Fisher modelidagi roli ko'rib chiqilgan, ularning matematik xususiyatlari tahlil qilingan. Kvadratik stoxastik operatorlarni populyatsiyadagi genetik jarayonlarni matematik jihatdan barqaror tarzda modellash imkonini beruvchi asosli operatorligi ko'rsatib o'tilgan. Maqolada kvadratik stoxastik operator (k.s.o.)larning asosiy ta'riflari, matematik xususiyatlari va modelda qo'llanilishi tahlil qilingan.

Kalit so'zlar: populyatsiya, genetika, dinamik model, Fisher modeli, genotip, kvadratik stoxastik operator, taqsimot vektori, vektor fazo, qo'zg'almas nuqta.

1. Kirish

Biologiya va matematik modellashda turli jarayonlarni tasvirlash uchun dinamik modellar muhim ahamiyat kasb etadi. Ushbu modellar populyatsiya genetikasida, ayniqsa Fisherning mashhur modelida keng qo'llaniladi. Bu model populyatsiyada allellar proporsiyasining vaqt davomida o'zgarishini tasvirlaydi. Bunday modellarni kengaytirish va ularni matematik jihatdan aniqroq tahlil qilish maqsadida kvadratik stoxastik operatorlardan foydalanish samarali hisoblanadi. Mazkur maqolada kvadratik stoxastik operatorlarning umumlashgan Fisher modelidagi rolini ko'rib chiqamiz, ularning matematik xususiyatlari tahlil qilinadi hamda modelni qanday tavsiflashini ko'rsatuvchi misollar keltiriladi. **Kvadratik stoxastik operatorlar haqida umumiy ma'lumot.** Ta'rif: Kvadratik stoxastik operatorlar (k.s.o.) – bu shunday operatorlarki, ular vektor fazosidagi har qanday vektorni boshqa vektorga moslab, ayrim shartlarga rioya qilgan holda o'zgartiradi. Aholida m ta genotip mavjud deb olamiz va ularning taqsimoti vektor orqali quyidagicha ifodalanadi: $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, bunda

$x_i \geq 0$ va $\sum x_i = 1$. Kvadratik stoxastik operator (k.s.o.) quyidagicha aniqlanadi: $V(x)_k = \sum_{ij} P_{ij,k} x_i x_j$, bunda har qanday i, j uchun $P_{ij,k} \geq 0$ va $\sum_k P_{ij,k} = 1$.

Biologiyada qo'llanilishi. Kvadratik stoxastik operatorlar (k.s.o.) populyatsiya genetikasida turli juftliklar orqali avlodda qaysi genotip qancha ehtimol bilan paydo bo'lishini modeli sifatida qo'llaniladi. Ular orqali populyatsiyadagi genetik tarkibning vaqtinchalik dinamikasi tahlil qilinadi. **Fisher modelining umumlashmasi va (k.s.o.) kvadratik stoxastik operator.** Fisherning modeliga ko'ra, populyatsiyada eng ko'p moslashgan individlar ko'proq ko'payishga moyil bo'ladi. Umumlashgan modelda nafaqat genotiplar, balki ularning juftlikdagi o'zaro ta'siri ham hisobga olinadi. Bu esa kvadratik stoxastik operatorlar orqali ifodalanadi. Masalan, agar $f_i - i$ -genotipning fitnesi bo'lsa, u holda yangi taqsimot: $x'_i = \frac{x_i f_i}{\sum x_j f_j}$ shaklida bo'ladi.

Umumlashtirilganda, juftlik fitneslari ham qo'shilib, dinamika kvadratik stoxastik operator (k.s.o.) orqali berilgan formaga o'tadi.

2. Matematik tahlil va misollar

Teorema: Agar $P_{ij,k}$ matritsasi simmetrik va stoxastik bo'lsa, u holda kvadratik stoxastik operator (k.s.o.) populyatsiyadagi umumiy taqsimotni saqlaydi.

Isbot: Har qanday $x \in S^{n-1}$ uchun:

$$V(x)_k = \sum_i \sum_j P_{ij,k} x_i x_j = \sum_{ij} x_i x_j \sum_k P_{ij,k} = \sum_{ij} x_i x_j = 1.$$

Misol. Uchta genotip: $(A; B; C)$. Operator matritsalar: $P_{ij,k} = 1$, agar juftlik (i, j) faqat k ni beradi; aks holda 0. Uchta genotip $(A; B; C)$ mavjud bo'lgan holatda kvadratik stoxastik operatorni ko'rib chiqamiz.

Operator matritsasi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} P_{\{AA\}} &= (1; 0; 0) \\ P_{\{AB\}} &= (0,5; 0,5; 0) \\ P_{\{AC\}} &= (0,3; 0,4; 0,3) \\ P_{\{BB\}} &= (0; 1; 0) \\ P_{\{BC\}} &= (0,2; 0,3; 0,5) \\ P_{\{CC\}} &= (0; 0; 1) \end{aligned}$$

Boshlang'ich taqsimot: $x = (0,4; 0,4; 0,2)$ bo'lsin.

Kvadratik stoxastik operator (k.s.o.)ni

$x'_k = \sum_{ij} P_{ij,k} x_i x_j$ (simmetriya hisobga olingan holda) formula yordamida hisoblaymiz:

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1^2 \cdot 1 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot 0,5 + 2 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot 0,3 + \\ &+ x_2^2 \cdot 0 + 2 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot 0,2 + x_3^2 \cdot 0 = \\ &= 0,16 + 0,16 + 0,048 + 0 + 0,032 + 0 = 0,4 \\ x'_2 &= x_1^2 \cdot 0 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot 0,5 + 2 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot 0,4 + \\ &+ x_2^2 \cdot 1 + 2 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot 0,3 + x_3^2 \cdot 0 = \\ &= 0 + 0,16 + 0,064 + 0,16 + 0,048 + 0 = 0,432 \\ x'_3 &= 1 - x'_1 - x'_2 = 1 - 0,4 - 0,432 = 0,168 \end{aligned}$$

Barcha juftlik uchun koeffitsientlar shu tarzda tanlanadiki, har bir (i, j) juftlik uchun $P_{\{ij,1\}} + P_{\{ij,2\}} + P_{\{ij,3\}} = 1$. Agar operator to'g'ri qurilsa, quyidagi kabi nuqtalarda qo'zg'almas holatlar yuzaga keladi: $x = (x_1; x_2; x_3)$ qo'zg'almas nuqta bo'lsa, bu nuqtada $V(x) = x$ bo'ladi. Masalan, $x = (0; 0; 1)$ bo'lsa, $P_{\{CC\}} = (0; 0; 1)$ bo'lgani uchun, shu nuqta qo'zg'almas nuqtadir. Shuningdek, $x = (1; 0; 0)$ yoki $x = (0; 1; 0)$ nuqtalar ham shunday bo'lishi mumkin. Agar $x = (0,4; 0,3; 0,3)$, u holda yangi taqsimot $x' = V(x)$ formula orqali hisoblanadi. To'rtta genotip $(A; B; C; D)$ mavjud bo'lgan holatda kvadratik stoxastik operatorni ko'rib chiqamiz. Ularning taqsimoti vektor orqali quyidagicha ifodalanadi: $x = (x_1, x_2, x_3, x_4)$.

Operator matritsasi quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} P_{\{11\}} &= (1; 0; 0; 0) \\ P_{\{12\}} &= (0,4; 0,3; 0,2; 0,1) \\ P_{\{13\}} &= (0,3; 0,3; 0,2; 0,2) \\ P_{\{14\}} &= (0,25; 0,25; 0,25; 0,25) \\ P_{\{22\}} &= (0; 1; 0; 0) \\ P_{\{23\}} &= (0,2; 0,3; 0,4; 0,1) \\ P_{\{24\}} &= (0,1; 0,3; 0,3; 0,3) \\ P_{\{33\}} &= (0; 0; 1; 0) \\ P_{\{34\}} &= (0,2; 0,2; 0,3; 0,3) \end{aligned}$$

$$P_{\{44\}} = (0; 0; 0; 1)$$

Boshlang'ich taqsimot: $x = (0,25; 0,25; 0,25; 0,25)$ bo'lsin.

Hisoblash formulasiga ko'ra, har bir $(V(x))_k$ uchun:

$(V(x))_k = \sum_{ij} P_{ij,k} x_i x_j$ formuladan foydalanib hisoblaymiz. Har bir indeks bo'yicha alohida hisoblab chiqish mumkin.

Masalan:

$$\begin{aligned} (V(x))_1 &= x_1^2 \cdot 1 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot 0,4 + 2 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot 0,3 + \\ &+ 2 \cdot x_1 \cdot x_4 \cdot 0,25 + 2 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot 0,2 + \dots \end{aligned}$$

Ko'rinib turibdiki, $n = 4$ holat ham analogik tarzda ishlaydi, lekin hisoblashlar murakkabroq.

Murakkabroq qozg'almas nuqtalar iteratsiya usuli bilan aniqlanishi mumkin. Bu nuqtalar genetik populyatsiyalarning uzoq muddatli barqaror holatini ifodalaydi

3. Xulosa

Kvadratik stoxastik operator (k.s.o.)lar – populyatsiyadagi genetik jarayonlarni aniq va matematik jihatdan barqaror tarzda modellash imkonini beruvchi qudratli vositadir. Fisher modelining umumlashmasi orqali ular nafaqat bir genofondning holatini, balki juftlik ta'siri va fitnes xususiyatlarini ham hisobga oladi. Maqolada kvadratik stoxastik operator (k.s.o.)larning asosiy ta'riflari, matematik xususiyatlari va modelda qo'llanilishi tahlil qilindi.

Foydalanilgan References

- [1] 1. Bernstein S. N. (1924). The solution of a mathematical problem connected with the theory of heredity. Ann. Sci. Inst. Sav. Ukraine, Sect. Math.
- [2] 2. Lyubich Y. I. (1992). Mathematical structures in population genetics. Springer-Verlag.
- [3] 3. Ganikhodjaev N. N. (1993). Quadratic stochastic operators, Lyapunov functions and tournaments. Russian Academy of Sciences, Doklady Mathematics.
- [4] 4. Mukhamedov F., Saburov M. (2010). On non-Volterra quadratic stochastic operators. Journal of Mathematical Analysis and Applications.

Mualiflar haqida ma'lumot/ Information about the authors

Anorov Obidjon Umaraliyevich	dotsent v.b., Toshkent davlat transport universiteti https://orcid.org/0000-0001-6494-4658
Sultanova Fatimaxon Ergashevna	assistent, Toshkent davlat transport universiteti https://orcid.org/0000-0002-1572-8710

S. Negmatov, N. Erniezov, K. Negmatova, Zh. Negmatov, S. Saidkulov, G. Gulmurodova, Sh. Tursunov, G. Toshpulatova, T. Ibodullaev, D. Kholbozorova <i>Study of physicochemical properties and sorption capacity of developed composite sorbents KHR-OKS for use in the process of cyanidation and sorption</i>	270
Sh. Kasimov, O. Anorov, N. Shomurodov <i>Determination of the constructive sizes of cavitation mixers</i>	275
O. Anorov, F. Sultanova <i>Quadratic stochastic operators as operators describing Fisher's generalized model</i>	278
M. Toshmatova <i>Features the elevation of the outer rail in the curved part of the road</i>	280
B. Sipatdinova, D. Ibragimova <i>Innovative approaches to architectural design of youth centers in the era of information society</i>	283
R. Kendjaev, U. Shamsieva <i>Multivariate regression model for factors affecting natural gas production in the Republic of Uzbekistan</i>	285
Y. Islamov <i>The use of green infrastructure elements in urban planning: environmental and economic efficiency</i>	287
F. Yusupov, A. Eshkabilov <i>Complete dynamics of quadratic stochastic quasi non-Volterra operator</i>	290
F. Davletova, S. Tuichieva <i>Coefficients of the weighting optimal quadrature formula in the sobolev space</i>	293
R. Isanov, P. Samsokov <i>The problem of the removal of solid particles from the Earth's surface formed by the movement of a high-speed train</i>	296
Zh. Azimov, A. Turaev <i>Models of random processes with particle interaction</i>	298
A. Eshkabilov, A. Turaev <i>About some application of the Rademacher function</i>	301

