

ENGINEER



international scientific journal

SPECIAL ISSUE

E-ISSN

3030-3893

ISSN

3060-5172



A bridge between science and innovation



**TOSHKENT DAVLAT
TRANSPORT UNIVERSITETI**
Tashkent state
transport university



ENGINEER

A bridge between science and innovation

E-ISSN: 3030-3893

ISSN: 3060-5172

SPECIAL ISSUE

16-iyun, 2025



engineer.tstu.uz

**“QURILISHDA YASHIL IQTISODIYOT, SUV VA ATROF-MUHITNI ASRASH
TENDENSIYALARI, EKOLOGIK MUAMMOLAR VA INNOVATSION
YECHIMLAR” MAVZUSIDAGI RESPUBLIKA MIQYOSIDAGI
ILMIY-AMALIY KONFERENSIYA
TASHKILIY QO‘MITASI**

1. Abdurahmonov O.K. – O‘zbekiston Respublikasi Prezidenti Administratsiyasi ijtimoiy rivojlantirish departamenti rahbari, Toshkent davlat transport universiteti rektori
2. Gulamov A.A – Toshkent davlat transport universiteti prorektori
3. Shaumarov S.S – Toshkent davlat transport universiteti prorektori
4. Suvonqulov A.X. – O‘zsuvta’minoti AJ raisi
5. Xamzayev A.X. – O‘zbekiston ekologik partiyasi raisi
6. Maksumov N.E. – O‘zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasi huzuridagi Qurilish va uy-joy kommunal xo‘jaligi sohasida nazorat qilish inspeksiyasi boshlig‘i o‘rinbosari
7. Baratov D.X. – Toshkent davlat transport universiteti prorektori
8. Turayev B. X – Toshkent davlat transport universiteti prorektori
9. Norkulov S.T. – Toshkent davlat transport universiteti prorektori
10. Adilxodjayev A.E. – Universitedagi istiqbolli va strategik vazifalarini amalga oshirish masalalari bo‘yicha rektor maslahatchisi
11. Negmatov S.S. – “Fan va taraqqiyot” DUK ilmiy rahbari, O‘zbekiston Respublikasi Fanlar Akademiyasi Akademigi
12. Abed N.S. – “Fan va taraqqiyot” DUK raisi
13. Merganov A.M – Ilmiy tadqiqotlar, innovatsiyalar va ilmiy-pedagogik kadrlar tayyorlash bo‘limi boshlig‘i
14. Ibadullayev A. – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasi professori
15. Rizayev A. N. – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasi professori
16. Xalilova R.X. – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasi professori
17. Babayev A.R. – “Qurilish muhandisligi” fakulteti dekani
18. Boboxodjayev R.X – Tahririy nashriyot va poligrafiya bo‘limi boshlig‘i
19. Talipov M.M – Ilmiy nashrlar bilan ishslash bo‘limi boshlig‘i
20. Maxamadjonova Sh.I. - Matbuot xizmati kontent-menedjeri
21. Umarov U.V. – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasi mudiri
22. Eshmamatova D.B. – Oliy matematika kafedrasi mudiri
23. Muxammadiyev N.R. – Bino va sanoat inshootlari qurilishi kafedrasi mudiri
24. Tursunov N.Q. – Materialshunoslik va mashinasozlik kafedrasi mudiri
25. Sherluxamedov U.Z. – Ko‘priklar va tonnellar kafedrasi mudiri
26. Lesov Q.S. – Temir yo‘l muhandisligi kafedrasi mudiri
27. Pirnazarov G‘.F. – Amaliy mehanika kafedrasi mudiri
28. Teshabayeva E.U. – Tabiiy fanlar kafedrasi professori
29. Chorshanbiyev Umar Ravshan o‘g‘li – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasi dotsent v.b.
30. Obidjonov Axror Jo‘raboy o‘g‘li – Muhandislik kommunikatsiyalari va tizimlari kafedrasi assistenti

Methodological approaches to the implementation of the calculation of shell pipelines beyond the limits of elasticity under cyclic loading

A. Abdusattarov¹, N. Ruzieva¹

¹Tashkent State Transport University, Tashkent, Uzbekistan

Abstract:

This article provides methodological approaches to the implementation of the calculation of shell pipelines beyond the limits of elasticity under cyclic loading. For this purpose, the formulation of the problem and the process of deformation of pipeline elements – cylindrical shells beyond the limits of elasticity under repeated variable loading are formulated. Based on the Hamilton-Ostrogadsky variational principle, equations of motion are derived for main pipelines – cylindrical shells interacting with the ground under single and cyclic loads with appropriate boundary and initial conditions beyond the limits of elasticity under cyclic loading. A procedure for solving a boundary value problem using the finite difference method and “elastic” solutions has been developed. The stress-strain state of the compensator pipeline under repeated loading is investigated, taking into account the elastic-plastic properties. For a comparative assessment, an elastic calculation was performed using the ANSYS software package. The calculation results make it possible to estimate the stress-strain state of pipeline systems under various types of loads, reduce the computational process time by 1.3-1.4 times and increase the efficiency of design work by 11-15%.

Keywords:

Elastic limit, cylindrical shell, Hamilton-Ostrogadsky variational principle, finite difference method and “elastic” solutions, equilibrium equations

Методические подходы к реализации расчета трубопроводов – оболочек за пределами упругости при циклическом нагружении

Абдусаттаров А.¹, Рузиева Н.¹

¹Ташкентский государственный транспортный университет, Ташкент, Узбекистан

Аннотация:

Вданной статье приводятся методические подходы к реализации расчета трубопроводов – оболочек за пределами упругости при циклическом нагружении. Для этого сформулирована постановка задачи и процесс деформирования элементов трубопроводов – цилиндрических оболочек за пределами упругости при повторно-переменном нагружении. На основе вариационного принципа Гамильтон-Острогадского выведены уравнения движения для магистральных трубопроводов – цилиндрических оболочек, взаимодействующих с грунтом при однократных и циклических нагрузках с соответствующими граничными и начальными условиями, за пределами упругости при циклическом нагружении. Разработана процедура решения краевой задачи с применением метода конечных разностей и “упругих” решений. Исследовано напряженно-деформированное состояние трубопровода-компенсатора при повторном нагружении с учетом упругопластических свойств. Для сравнительной оценки произведен упругий расчет с использованием комплекса программ ANSYS. Результаты расчета позволяют оценить напряженно-деформированное состояние трубопроводных систем при различных видах нагрузжений, сократить сроки вычислительного процесса в 1,3-1,4 раза и повысить результативность проектных работ на 11-15%.

Ключевые слова:

Предел упругости, цилиндрическая оболочка, вариационного принципа Гамильтон-Острогадского, метод конечных разностей и “упругих” решений, уравнения равновесия

1. Введение

Следуя [1,4], приводим сначала построение геометрических и физических соотношений для цилиндрической части магистрального трубопровода. Пусть R – радиус дуги окружности средней поверхности, h – толщина трубы, $\alpha = z/R$ – относительное расстояние в направлении образующей, $\beta = s/R$ – центральный угол, пропорциональный дуге S поперечного круга. В этой системе координат формула для квадрата длины линейного элемента средней поверхности принимает вид [5]

$$dS^2 = R^2 d\alpha^2 + R^2 d\beta^2. \quad (1)$$

Здесь коэффициенты $A=B=R$, а главные кривизны равны:

$$k_1 = 0; k_2 = 1/R = \text{const} \quad (2)$$

Представим коэффициенты Ламе – H_1, H_2, H_3 и их отношения в виде ряда по переменной γ [1]:

$$\begin{aligned} H_1 &= A(1 + k_1\gamma); H_2 = B(1 + k_2\gamma); H_3 = 1; \quad \frac{H_2}{H_1} = \\ &\quad \frac{B}{A}(1 + k_2\gamma); \\ \frac{1}{H_2} &= \frac{1}{B}(1 - k_2\gamma + k_2^2\gamma^2); \end{aligned}$$



$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{A}{B} (1 - k_2 \gamma + k_2^2 \gamma^2) \quad (3)$$

Перемещения произвольной точки трубопровода представим в виде

$$U_\alpha = U - \frac{\gamma}{A} \cdot \frac{\partial W}{\partial \alpha};$$

$$U_\beta = (1 + k_2 \gamma)V - \frac{\gamma}{B} \cdot \frac{\partial W}{\partial \beta};$$

$$U_\gamma = W(\alpha, \beta), \quad (4)$$

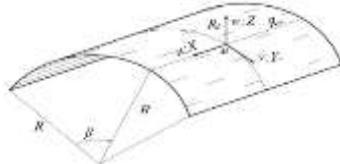


Рис.1. Положительные направления напряжений и перемещений

Где $U = U(\alpha, \beta)$, $V = V(\alpha, \beta)$, $W = W(\alpha, \beta)$ перемещения точки срединной поверхности оболочки по нормали на расстояние γ .

Положительные направления перемещений и заданных поверхностных сил X, Y, Z показаны на рис. 1. Для определения деформаций, согласно (3) и (4), получили следующие формулы:

$$\begin{aligned} e_{\alpha\alpha} &= \frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \alpha} - \frac{\gamma}{R^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \alpha^2}; \quad e_{\beta\beta} = \frac{\partial V}{\partial \beta} - (\gamma - k_2 \gamma^2) \frac{\partial^2 W}{R^2 \partial \beta^2} + \\ &+ (1 - k_2 \gamma + k_2^2 \gamma^2) k_2 W; \\ e_{\alpha\beta} &= (1 - k_2 \gamma + k_2^2 \gamma^2) \frac{\partial U}{R \partial \beta} - \\ &- (\gamma - k_2 \gamma^2) \frac{\partial^2 W}{R^2 \partial \alpha \partial \beta} + \\ &+ (1 + k_2 \gamma) \frac{\partial V}{R \partial \alpha} - \frac{\gamma}{R^2} \frac{\partial^2 W}{\partial \alpha \partial \beta}. \end{aligned} \quad (5)$$

Предположим, что трубопровод – оболочка деформируется за пределами упругости при переменном нагружении. В этом случае напряжено – деформированное состояние трубопровода определяется на основе теории малых упругопластических деформаций [1,2]. Следуя теории В.В.Москвитина [5], введем разности

$$\begin{aligned} \bar{e}_{ij}^{(n)} &= (-1)^n (e_{ij}^{(n-1)} - e_{ij}^{(n)}); \\ \bar{U}_i^{(n)} &= (-1)^n (U_i^{(n-1)} - U_i^{(n)}); \\ \bar{\sigma}_{ij}^{(n)} &= (-1)^n (\sigma_{ij}^{(n-1)} - \sigma_{ij}^{(n)}). \end{aligned} \quad (6)$$

Согласно формулам (5) и (6), для определения компонентов перемещений $\bar{U}_i^{(n)}$ и деформаций $\bar{e}_{ij}^{(n)}$ при n -ном нагружении имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \bar{U}_\alpha^{(n)} &= \bar{U}^{(n)} - \frac{\gamma}{A} \cdot \frac{\partial \bar{W}^{(n)}}{\partial \alpha}; \\ \bar{U}_\beta^{(n)} &= (1 + k_2 \gamma) \bar{V}^{(n)} - \frac{\gamma}{B} \cdot \frac{\partial \bar{W}^{(n)}}{\partial \beta}; \\ \bar{U}_\gamma^{(n)} &= \bar{W}^{(n)}(\alpha, \beta); \quad (4.37) \\ \bar{e}_{\alpha\alpha}^{(n)} &= \frac{1}{R} \frac{\partial \bar{U}^{(n)}}{\partial \alpha} - \frac{\gamma}{R^2} \frac{\partial^2 \bar{W}^{(n)}}{\partial \alpha^2}; \\ \bar{e}_{\beta\beta}^{(n)} &= \frac{\partial \bar{V}^{(n)}}{R \partial \beta} - (\gamma - k_2 \gamma^2) \frac{\partial^2 \bar{W}^{(n)}}{R^2 \partial \beta^2} + \\ &+ (1 - k_2 \gamma + k_2^2 \gamma^2) k_2 \bar{W}^{(n)}; \\ \bar{e}_{\alpha\beta}^{(n)} &= (1 - k_2 \gamma + k_2^2 \gamma^2) \frac{\partial \bar{U}^{(n)}}{R \partial \beta} - (\gamma - k_2 \gamma^2) \frac{\partial^2 \bar{W}^{(n)}}{R^2 \partial \alpha \partial \beta} + \end{aligned}$$

$$+ (1 + k_2 \gamma) \frac{\partial \bar{V}^{(n)}}{R \partial \alpha} - \frac{\gamma}{R^2} \frac{\partial^2 \bar{W}^{(n)}}{\partial \alpha \partial \beta}. \quad (7)$$

Для составления уравнений равновесия элемента трубопровода – оболочки определяем усилия и моменты.

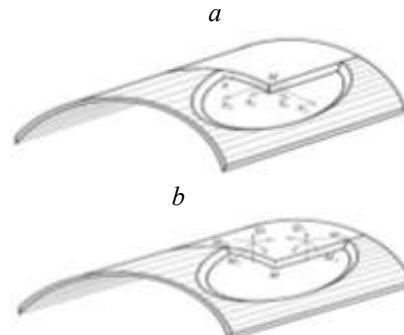


Рис. 2. Нормальные и сдвигающие усилия (a) и изгибающие и крутящие моменты (b)

На рис.2 показаны положительные направления нормальных и сдвигающих усилий, а также изгибающих и крутящих моментов. При переменном нагружении компоненты напряжений и деформаций связаны следующим образом [1]:

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\alpha}^{(n)} &= G_1 \left[(e_{\alpha\alpha}^{(n)} + \mu e_{\beta\beta}^{(n)}) - \right. \\ &\left. - \omega^{(n)} (\bar{e}_{\alpha\alpha}^{(n)} + \mu \bar{e}_{\beta\beta}^{(n)}) + \right. \\ &\left. + \sum_{m=1}^{k-1} \omega^{0(n-m)} (\bar{e}_{\alpha\alpha}^{0(n-m)} + \mu \bar{e}_{\beta\beta}^{0(n-m-1)}) \right] \\ \sigma_{\beta\beta}^{(n)} &= G_1 \left[(e_{\beta\beta}^{(n)} + \mu e_{\alpha\alpha}^{(n)}) - \right. \\ &\left. - \omega^{(n)} (\bar{e}_{\beta\beta}^{(n)} + \mu \bar{e}_{\alpha\alpha}^{(n)}) - \right. \\ &\left. - \sum_{m=1}^{k-1} \omega^{0(n-m)} (\bar{e}_{\beta\beta}^{0(n-m)} + \mu \bar{e}_{\alpha\alpha}^{0(n-m-1)}) \right]. \\ \sigma_{\alpha\beta}^{(n)} &= G_1 \left\{ e_{\alpha\beta}^{(n)} - \omega^{(n)} \bar{e}_{\alpha\beta}^{(n)} + \right. \\ &\left. \sum_{m=1}^{k-1} \omega^{0(n-m)} \bar{e}_{\alpha\beta}^{0(n-m)} \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

2. Методы и решения задач

При переменном нагружении для получения уравнения движения цилиндрической оболочки – трубопровода воспользуемся принципом Гамильтона – Остроградского [8]:

$$\int_t (\delta T^{(n)} - \delta \Pi^{(n)} + \delta A^{(n)}) dt = 0 \quad (9)$$

Вариации кинетической энергии определяется по аналогии:

$$\begin{aligned} \int_t \delta T^{(n)} dt &= \int_t \int_{\beta \alpha} \left\{ \rho h \frac{\partial U^{(n)}}{\partial t} \delta U^{(n)} + \right. \\ &\left. + \left[\rho \left(h + k_2 \frac{h^3}{12} \right) \frac{\partial V^{(n)}}{\partial t} - \rho k_2 \frac{h^3}{12 R} \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial t \partial \beta} \right] \delta V^{(n)} + \right. \\ &\left. + \left[\rho h \frac{\partial W^{(n)}}{\partial t} - \rho \frac{h^3}{12 R^2} \frac{\partial^3 W^{(n)}}{\partial t \partial \alpha^2} + \right. \right. \\ &\left. \left. \rho \frac{h^3}{12 R^2} \frac{\partial^3 W^{(n)}}{\partial t \partial \beta^2} \right] \delta W^{(n)} \right\} R^2 d\alpha d\beta \Big|_t + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \rho k_2 \frac{h^3}{12R} \frac{\partial^2 V^{(n)}}{\partial t \partial \beta} - \rho \left[\frac{h^3}{12R^2} \frac{\partial^3 W^{(n)}}{\partial t \partial \beta^2} \right] \delta W^{(n)} \Bigg\} R^2 d\alpha d\beta \Bigg|_t + \\
& + \int_{\beta} \rho \frac{h^3}{12R} \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial t \partial \alpha} \delta W^{(n)} R d\beta \Bigg|_t \Bigg|_{\alpha} - \int_{\alpha} \left(\rho k_2 \frac{h^3}{12} \frac{\partial V^{(n)}}{\partial t} - \right. \\
& \quad \left. - \rho \frac{h^3}{12R} \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial t^2 \partial \beta} \right) \delta W^{(n)} R d\alpha \Bigg|_t \Bigg|_{\beta} - \\
& - \int_t \int_{\beta} \int_{\alpha} \left[\rho h \frac{\partial^2 U^{(n)}}{\partial t^2} \delta U^{(n)} + \left(\rho \left(h + k_2^2 \frac{h^3}{12} \right) \frac{\partial^2 V^{(n)}}{\partial t^2} - \right. \right. \\
& \quad \left. - \rho k_2 \frac{h^3}{12R} \frac{\partial^3 W^{(n)}}{\partial t^2 \partial \beta} \right) \delta V^{(n)} + \left[\rho h \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial t^2} - \right. \\
& \quad \left. + \rho \frac{h^3}{12R^2} \frac{\partial^4 W^{(n)}}{\partial t^2 \partial \alpha^2} + \rho k_2 \frac{h^3}{12R} \frac{\partial^3 V^{(n)}}{\partial t^2 \partial \beta} - \right. \\
& \quad \left. - \rho \frac{h^3}{12R^2} \frac{\partial^4 W^{(n)}}{\partial t^2 \partial \beta^2} \right] \delta W^{(n)} \right] R^2 d\alpha d\beta dt + \\
& + \int_t \int_{\alpha} \left(\rho k_2 \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 V^{(n)}}{\partial t^2} - \rho \frac{h^3}{12R} \frac{\partial^3 W^{(n)}}{\partial t^2 \partial \beta} \right) \delta W^{(n)} R d\alpha dt \Bigg|_{\beta} - \\
& \quad - \int_t \int_{\beta} \rho \frac{h^3}{12R} \frac{\partial^3 W^{(n)}}{\partial t^2 \partial \alpha} \delta W^{(n)} R d\beta dt \Bigg|_{\alpha}. \quad (10)
\end{aligned}$$

Определяем также вариации работы внешних сил:

$$\begin{aligned}
\int_t \delta A^{(n)} dt = & \int_t \int_{\beta} \int_{\alpha} \left[\left[N^{(n)} \left(P_1^{(n)} \right) + N^{(n)} \left(q_1^{(n)} \right) \right] \delta U^{(n)} \right. \\
& + \left. + \left[N^{(n)} \left(P_2^{(n)} \right) + N^{(n)} \left(q_2^{(n)} \right) \right] \delta V^{(n)} + \right. \\
& + \left. + \left[\frac{\partial}{R \partial \alpha} \left(M^{(n)} \left(P_1^{(n)} \right) + M^{(n)} \left(q_1^{(n)} \right) \right) + \right. \right. \\
& \quad \left. + \frac{\partial}{R \partial \beta} \left(M^{(n)} \left(P_2^{(n)} \right) + M^{(n)} \left(q_2^{(n)} \right) \right) + \right] \delta W^{(n)} \\
& + Q^{(n)} \left(P_3^{(n)} \right) + Q^{(n)} \left(q_3^{(n)} \right) \delta W^{(n)} . \\
& \cdot R^2 d\alpha d\beta dt + \int_t \int_{\beta} \left\{ N^{(n)} \left(\phi_1^{(n)} \right) \delta U^{(n)} + \right. \\
& \quad \left. + N^{(n)} \left(\phi_2^{(n)} \right) \delta V^{(n)} + \right. \\
& \quad \left. + \left[q^{(n)} \left(\phi_3^{(n)} \right) + \frac{\partial M^{(n)} \left(\phi_2^{(n)} \right)}{R \partial \beta} \right] \delta W^{(n)} - \right. \\
& \quad \left. - M^{(n)} \left(\phi_1^{(n)} \right) \delta \frac{\partial W^{(n)}}{\partial \alpha} \right\} R d\beta dt \Big|_{\alpha} + \\
& \int_t M^{(n)} \left(\phi_2^{(n)} \right) \delta W^{(n)} dt \Big|_{\alpha} \Big|_{\beta} + \\
& + \int_t \int_{\alpha} \left\{ N^{(n)} \left(f_1^{(n)} \right) \delta U^{(n)} + N^{(n)} \left(f_2^{(n)} \right) \delta V^{(n)} + \right. \\
& \quad \left. + \left[Q^{(n)} \left(f_3^{(n)} \right) + \frac{\partial M^{(n)} \left(f_1^{(n)} \right)}{R \partial \alpha} \right] \delta W^{(n)} \right. \\
& \quad \left. - M^{(n)} \left(f_2^{(n)} \right) \delta \frac{\partial W^{(n)}}{\partial \beta} \right\} R d\alpha dt \Big|_{\beta} - \\
& \quad - \int_t M^{(n)} \left(f_1^{(n)} \right) \delta W^{(n)} dt \Big|_{\beta} \Big|_{\alpha}. \quad (11)
\end{aligned}$$

Переходим к определению вариации потенциальной энергии в данной постановке по формуле, где учитывая соотношения (7) – (8) и выполняя операции интегрирования по частям, после некоторых преобразований для вариации потенциальной энергии при переменном нагружении получим следующие выражения:

$$\int_t \delta P dt = \int_t \int_{\beta} \left(\left(N_{\alpha}^{(n)} \delta U^{(n)} + N_{\alpha\beta}^{(n)} \delta V^{(n)} \right) \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{\partial M_{\alpha}^{(n)}}{R \partial \alpha} + 2 \frac{\partial M_{\alpha\beta}^{(n)}}{R \partial \beta} \right) \delta W^{(n)} - M_{\alpha}^{(n)} \delta \frac{\partial W^{(n)}}{R \partial \alpha} \Bigg) R d\beta dt |_{\alpha} \\
& - \int_t M_{\alpha\beta}^{(n)} \delta W^{(n)} |\alpha| \beta dt \\
& + \int_t \int_{\alpha} \left(\left(1 + k_2^2 \frac{h^2}{12} \right) N_{\alpha\beta}^{(n)} \delta U^{(n)} + \right. \\
& + N_{\beta}^{(n)} \delta V^{(n)} + \left(\frac{\partial M_{\beta}^{(n)}}{R \partial \beta} + 2 \frac{\partial M_{\alpha\beta}^{(n)}}{R \partial \alpha} \right) \delta W^{(n)} - \\
& \quad \left. - M_{\beta}^{(n)} \delta \frac{\partial W^{(n)}}{R \partial \beta} \right) R d\alpha dt |_{\beta} - \int_t M_{\alpha\beta}^{(n)} \delta W^{(n)} |\alpha| \beta dt - \\
& \quad - \int_t \int_{\beta} \int_{\alpha} \left(\frac{\partial N_{\alpha}^{(n)}}{R \partial \alpha} + \left(1 + k_2^2 \frac{h^2}{12} \right) \frac{\partial N_{\alpha\beta}^{(n)}}{R \partial \beta} \right) \delta U^{(n)} + (12) \\
& \quad + \left(\frac{\partial N_{\alpha\beta}^{(n)}}{R \partial \alpha} + 2 \frac{\partial N_{\beta}^{(n)}}{R \partial \beta} \right) \delta V^{(n)} + \left(\frac{\partial^2 M_{\alpha}^{(n)}}{R^2 \partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 M_{\alpha}^{(n)}}{R^2 \partial \beta^2} + \right. \\
& \quad \left. + 2 \frac{\partial^2 M_{\alpha\beta}^{(n)}}{R^2 \partial \alpha \partial \beta} - \left(1 + k_2^2 \frac{h^2}{12} \right) k_2 N_{\beta}^{(n)} \right) \delta W^{(n)} \Bigg) R d\alpha d\beta dt,
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
N_{\alpha}^{(n)} &= \int_{\gamma} \sigma_{\alpha\alpha}^{(n)} d\gamma; \quad N_{\beta}^{(n)} = \int_{\gamma} \sigma_{\beta\beta}^{(n)} d\gamma; \\
N_{\alpha\beta}^{(n)} &= \int_{\gamma} \sigma_{\alpha\beta}^{(n)} d\gamma; \quad M_{\alpha}^{(n)} = \int_{\gamma} \sigma_{\alpha\alpha}^{(n)} \gamma d\gamma; \quad (13) \\
M_{\beta}^{(n)} &= \int_{\gamma} \sigma_{\beta\beta}^{(n)} \gamma d\gamma; \quad M_{\alpha\beta}^{(n)} = \int_{\gamma} \sigma_{\alpha\beta}^{(n)} \gamma d\gamma.
\end{aligned}$$

Теперь определяем внутренние усилия $N_i^{(n)}$ и моменты $M_i^{(n)}$ по (13) при переменном нагружении с учетом выражения напряжений (8):

$$\begin{aligned}
M_{\alpha}^{(n)} &= \int_{\gamma} \sigma_{\alpha\alpha}^{(n)} \gamma d\gamma = G_1 \left[\left(a_{41} - a_{41\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial \alpha^2} \right. \\
& \quad \left. - \left(a_{42} - a_{42\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial \beta^2} - \left(a_{43} - a_{43\omega}^{(n)} \right) W^{(n)} \right]; \\
M_{\beta}^{(n)} &= \int_{\gamma} \sigma_{\beta\beta}^{(n)} \gamma d\gamma = G_1 \left[\left(a_{51} - a_{51\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial \beta^2} - \right. \\
& \quad \left. - \left(a_{52} - a_{52\omega}^{(n)} \right) W^{(n)} - \left(a_{53} - a_{53\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial \alpha^2} \right], \\
M_{\alpha\beta}^{(n)} &= \int_{\gamma} \sigma_{\alpha\beta}^{(n)} \gamma d\gamma = G \left[\left(a_{61} - a_{61\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial U^{(n)}}{\partial \beta} + \right. \\
& \quad \left. + \left(a_{62} - a_{62\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial \alpha \partial \beta} + \left(a_{63} - a_{63\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial V^{(n)}}{\partial \alpha} \right], \quad (14)
\end{aligned}$$

где коэффициенты a_{ij} и $a_{ij\omega}$ например, определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \frac{h}{R}; \quad a_{12} = 0; \quad a_{13} = \frac{h\mu}{R}; \\
a_{13\omega} &= \frac{\mu}{R} \int_{\gamma} \omega^{(n)} d\gamma; \quad a_{14} = \mu k_2 \frac{h^3}{12R^2}; \\
a_{15} &= \mu \left(h + k_2^2 \frac{h^3}{12} \right) k_2; \\
a_{11\omega} &= \frac{1}{R} \int_{\gamma} \omega^{(n)} d\gamma; \quad a_{12\omega} = \frac{1}{R^2} \int_{\gamma} \omega^{(n)} \gamma d\gamma; \\
a_{14\omega} &= \frac{\mu}{R^2} \int_{\gamma} \omega^{(n)} (\gamma - k_2 \gamma^2) d\gamma; \\
a_{15\omega} &= \mu k_2 \int_{\gamma} \omega^{(n)} (1 - k_2 \gamma + k_2^2 \gamma^2) d\gamma; \\
a_{21} &= \frac{h}{R}, \quad a_{22} = -k_2 \frac{h^3}{12R^2}; \\
a_{23} &= \left(h + k_2^2 \frac{h^3}{12} \right) k_2;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_{24} &= \mu \frac{h}{R}; \quad a_{21\omega} = \frac{1}{R} \int_{\gamma} \omega^{(n)} d\gamma; \\
a_{22\omega} &= \frac{1}{R^2} \int_{\gamma} \omega^{(n)} (\gamma - k_2 \gamma^2) d\gamma; \\
a_{24\omega} &= \frac{\mu}{R} \int_{\gamma} \omega^{(n)} d\gamma; \\
a_{62\omega} &= -\frac{1}{R^2} \int_{\gamma} \omega^{(n)} (\gamma - k_2 \gamma^2) \gamma d\gamma; \\
a_{63\omega} &= \frac{1}{R} \int_{\gamma} \omega^{(n)} (1 + k_2 \gamma) \gamma d\gamma; \\
a_{64\omega} &= \frac{1}{R^2} \int_{\gamma} \omega^{(n)} \gamma d\gamma. \quad (15)
\end{aligned}$$

С учетом соотношений (8) и обозначений (15)

выражения внутренних усилий и моментов, например $N_{\alpha}^{(n)}$ и $M_{\alpha}^{(n)}$, можно представить в виде

$$\begin{aligned}
N_{\alpha}^{(n)} &= G_1 \left[\left(a_{11} - a_{11\omega}^{(n)} \right) \cdot \frac{\partial U^{(n)}}{\partial \alpha} - \right. \\
&\quad - \left(a_{12} - a_{12\omega}^{(n)} \right) \cdot \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \alpha^2}{\partial \alpha^2} + \left(a_{13} - a_{13\omega}^{(n)} \right) \cdot \frac{\partial V^{(n)}}{\partial \beta} - \\
&\quad - \left(a_{14} - a_{14\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial \beta^2} + \left(a_{15} - a_{15\omega}^{(n)} \right) W^{(n)} + \\
&\quad \left. + N_{\alpha}^{0(n-1)} + N_{\alpha}^{0(n-m)} \right] \quad (16)
\end{aligned}$$

Выражения усилий и моментов типа (16) перепишем в следующем виде:

$$\begin{aligned}
N_{\alpha}^{(n)} &= \tilde{N}_{\alpha}^{(n)} - N_{\alpha}^{0(n-1)} + N_{\alpha}^{0(n-m)}; \\
M_{\alpha}^{(n)} &= \tilde{M}_{\alpha}^{(n)} - M_{\alpha}^{0(n-1)} + M_{\alpha}^{0(n-m)} \quad (17)
\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
\tilde{N}_{\alpha}^{(n)} &= \left(a_{13} - a_{13\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial V^{(n)}}{\partial \beta} \left(a_{11} - a_{11\omega}^{(n)} \right) \cdot \\
&\quad \cdot \frac{\partial U^{(n)}}{\partial \alpha} - \left(a_{12} - a_{12\omega}^{(n)} \right) \cdot \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \alpha^2}{\partial \alpha^2} - \\
&\quad - \left(a_{14} - a_{14\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial \beta^2} + \left(a_{15} - a_{15\omega}^{(n)} \right) W^{(n)}; \\
N_{\alpha}^{0(n-1)} &= \left[-a_{13\omega}^{0(n-1)} \frac{\partial V^{(n)}}{\partial \beta} + \right. \\
&\quad + a_{12\omega}^{0(n-1)} \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \alpha^2}{\partial \alpha^2} + a_{11\omega}^{0(n-1)} \frac{\partial U^{(n)}}{\partial \alpha} + \\
&\quad + a_{14\omega}^{0(n-1)} \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial \beta^2} - a_{15\omega}^{0(n-1)} W^{(n)}; \\
N_{\alpha}^{0(n-m)} &= \sum_{m=1}^{n-1} \left[-a_{12\omega}^{0(n-m)} \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \alpha^2}{\partial \alpha^2} + \right. \\
&\quad \cdot \left(W^{0(n-m)} - W^{0(n-m-1)} \right) + \\
&\quad + a_{11\omega}^{0(n-m)} \frac{\partial U^{(n)}}{\partial \alpha} + \\
&\quad + \left(U^{0(n-m)} - U^{0(n-m-1)} \right) - \\
&\quad - a_{14\omega}^{0(n-m)} \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \beta^2}{\partial \beta^2} \left(W^{0(n-m)} - W^{0(n-m-1)} \right) \\
&\quad - a_{13\omega}^{0(n-m)} \frac{\partial V^{(n)}}{\partial \beta} \left(V^{0(n-m)} - V^{0(n-m-1)} \right) + \\
&\quad + a_{15\omega}^{0(n-m)} \left(W^{0(n-m)} - W^{0(n-m-1)} \right)], \\
M_{\alpha}^{(n)} &= G_1 \left[\left(a_{41} - a_{41\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial \alpha^2} - \right. \\
&\quad - \left(a_{42} - a_{42\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \beta^2}{\partial \beta^2} - \left(a_{43} - a_{43\omega}^{(n)} \right) W^{(n)} + \\
&\quad \left. + M_{\alpha}^{0(n-1)} + M_{\alpha}^{0(n-m)} \right], \quad (18)
\end{aligned}$$

где

$$\tilde{M}_{\alpha}^{(n)} = \left(a_{41} - a_{41\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial \alpha^2} -$$

$$\begin{aligned}
&- \left(a_{42} - a_{42\omega}^{(n)} \right) \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \beta^2}{\partial \beta^2} - \left(a_{43} - a_{43\omega}^{(n)} \right) W^{(n)}; \\
M_{\alpha}^{0(n-1)} &= \left[-a_{41\omega}^{0(n-1)} \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \alpha^2}{\partial \alpha^2} + \right. \\
&\quad + a_{42\omega}^{0(n-1)} \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \beta^2}{\partial \beta^2} + a_{43\omega}^{0(n-1)} W^{(n)} \left. \right]; \\
M_{\alpha}^{0(n-m)} &= \sum_{m=1}^{k-1} \left[a_{41\omega}^{0(n-m)} \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \alpha^2}{\partial \alpha^2} \left(W^{0(n-m)} - W^{0(n-m)} \right) - \right. \\
&\quad \left. a_{42\omega}^{0(n-m)} \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \beta^2}{\partial \beta^2} \left(W^{0(n-m)} - W^{0(n-m)} \right) - \right. \\
&\quad \left. - a_{43\omega}^{0(n-m)} \left(W^{0(n-m)} - W^{0(n-m)} \right) \right].
\end{aligned}$$

Выражения внутренних усилий и моментов (18) подставим в вариации потенциальной энергии (12). Для краткости записи введем обозначения следующего вида [10]:

$$\begin{aligned}
\tilde{a}_{11} &= \left(a_{11} - a_{11\omega}^{(n)} \right), \\
\tilde{a}_{21} &= \left(a_{21} - a_{21\omega}^{(n)} \right), \dots, \\
\tilde{a}_{51} &= \left(a_{51} - a_{51\omega}^{(n)} \right). \quad (19)
\end{aligned}$$

Отметим, что при определении потенциальной энергии воспользовались формулой (12). Соотношения (12) можем обобщить, используя выражения внутренних усилий и моментов, согласно (17).

В этом случае подставляя кинетической и потенциальной энергией, а также работу внешних сил в (9) получим уравнений движения в преобразованном виде с соответствующими граничными и начальными условиями.

Узловой эффект по параметрам α и β :

$$\tilde{a}_{61} \frac{\partial U^{(n)}}{\partial \beta} + \tilde{a}_{62} \frac{\partial^2 W^{(n)} \partial \alpha \partial \beta}{\partial \alpha \partial \beta} + \left. \left[+ \tilde{a}_{63} \frac{\partial V^{(n)}}{\partial \alpha} + M^{(n)} \left(\phi_2^{(n)} \right) \right] \delta W^{(n)} \right|_{\beta} = 0.$$

Начальные условия по параметру t :

$$\begin{aligned}
\rho h \frac{\partial U^{(n)}}{\partial t} \delta U^{(n)} \Big|_e &= 0; \\
\rho \left(h + k_2 \frac{h^3}{12} \frac{\partial V^{(n)}}{\partial t} - \rho k_2 \frac{h^3}{12R} \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial t \partial \beta} \right) \delta V^{(n)} \Big|_t &= 0; \\
\left[\rho h \frac{\partial W^{(n)}}{\partial t} - \rho \frac{h^3}{12R^2} \frac{\partial^3 W^{(n)}}{\partial t \partial \alpha^2} + \right. \\
&\quad \left. + \rho k_2 \frac{h^3}{12R} \frac{\partial^2 V^{(n)}}{\partial t \partial \beta} - \rho \frac{h^3}{12R^2} \frac{\partial^3 W^{(n)}}{\partial t \partial \beta^2} \right] \delta W^{(n)} \Big|_e &= 0.
\end{aligned}$$

Границные и начальные эффекты по параметрам t , α и β :

$$\begin{aligned}
\int_{\beta} \rho \frac{h^3}{12R} \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial t \partial \alpha} \delta W^{(n)} R d\beta \Big|_{t \alpha} &= 0; \\
\int_{\alpha} \left(\rho k_2 \frac{h^3}{12} \frac{\partial V^{(n)}}{\partial t} - \rho \frac{h^3}{12R} \frac{\partial^2 W^{(n)}}{\partial t \partial \beta} \right) \delta W^{(n)} R d\alpha \Big|_{t \beta} &= 0.
\end{aligned}$$

Решения краевой задачи для упругого случая (первое приближение). Перемещения трубопровода, согласно методу Бубнова – Галеркина, представим в виде

$$\begin{aligned}
U &= \sum_n U_n(\alpha, t) \left(\cos \frac{n\pi\beta}{\beta_1} \right); \\
V &= \sum_n V_n(\alpha, t) \sin \left(\frac{n\pi\beta}{\beta_1} \right);
\end{aligned}$$

$$W = \sum_n W_n(\alpha, t) \cos \frac{n\pi\beta}{\beta_1}. \quad (20)$$

Для этого случая систему дифференциальных уравнений трубопровода – оболочки перепишем в следующем виде [7]:

$$\begin{aligned} -\alpha_1^{(1)} \frac{\partial^2 W_n}{\partial t^2} + \alpha_2^{(1)} \frac{\partial^4 W_n}{\partial t^2 \partial \alpha^2} - \\ -\alpha_3^{(1)} \frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2} - \alpha_4^{(1)} \frac{\partial^4 W_n}{\partial \alpha^4} + \\ + \alpha_5^{(1)} \frac{\partial^2 W_n}{\partial \alpha^2} - \alpha_7^{(1)} W_n - \alpha_8^{(1)} V_n - \\ - \alpha_6^{(1)} \frac{\partial U_n}{\partial \alpha} + Z_n = 0, \\ -\alpha_2^{(3)} \frac{\partial^2 V_n}{\partial t^2} + \alpha_1^{(3)} \frac{\partial^2 W_n}{\partial t^2} - \\ - \alpha_4^{(3)} \frac{\partial U_n}{\partial t} + \alpha_3^{(3)} \frac{\partial^2 V_n}{\partial \alpha^2} + \\ + \alpha_5^{(3)} W_n - \alpha_6^{(3)} V_n + Y_n = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь

$$\begin{aligned} a_1^{(1)} &= \left[1 + k^2 \cdot n^2 \frac{h^2}{12} \right]; \quad a_6^{(1)} = \frac{\lambda}{(\lambda+2\mu)} \left(1 + k^2 \frac{h^2}{12} \right); \\ a_7^{(1)} &= \left(1 + \left(2k^2 + \frac{n^2}{R_2} - k^2 n^2 \right) \frac{h^2}{12} \right); \quad a_8^{(1)} = \left(1 + k^2 \frac{h^2}{12} \right) n; \\ Z_n &= \frac{R^2}{\pi(\lambda+2\mu)h^2} \int_0^{2\pi} \left[Q(P_3) + Q(q_3) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial \alpha} (M(P_1) + M(q_1)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial \beta} (M(P_2) + M(q_2)) \right] \cos \frac{n\pi\beta}{\beta_1} d\beta; \\ a_1^{(2)} &= 1; \quad a_2^{(2)} = 1; \\ a_7^{(1)} &= \left[1 + \frac{h^2}{12} \cdot \left(2k^2 + \frac{n^2}{R} - k^2 \cdot n^2 \right) \right]; \\ a_8^{(1)} &= n \cdot \left[1 + k^2 \cdot \frac{h^2}{12} \right]; \\ a_5^{(3)} &= \left(\frac{k}{R} \frac{h^2}{12} n^2 - \left(1 + k^2 \frac{h^2}{12} \right) RKn \right); \quad a_6^{(3)} = \\ n^2; \quad Y_n &= \frac{R^2}{\pi(\lambda+2\mu)h^2} \int_0^{2\pi} (N(P_2) + N(q_2)) \sin \frac{n\pi\beta}{\beta_1} d\beta. \\ a_4^{(2)} &= \frac{1}{\lambda+2\mu} \left(\lambda + \mu \left(1 + k^2 \frac{h^2}{12} \right) \right) n; \\ X_n &= \frac{R^2}{\pi(\lambda+2\mu)h^2} \int_0^{2\pi} (N(p_1) + N(q_1)) \cos \frac{n\pi\beta}{\beta_1} d\beta; \quad a_5^{(2)} = \\ \frac{\mu}{\lambda+2\mu} \left(1 + 2k^2 \frac{h^2}{12} \right) n^2; \quad (22) \\ a_1^{(3)} &= \frac{h^2 k}{12 R} n; \quad a_2^{(3)} = 1 + k^2 \frac{h^2}{12}; \\ a_3^{(3)} &= \frac{\lambda}{\lambda+2\mu}; \quad a_6^{(3)} = n^2; \\ a_4^{(3)} &= \frac{(\lambda+\mu(1+k^2(h^2/12)))n}{\lambda+2\mu}; \\ a_5^{(3)} &= \left(\frac{k}{R} \frac{h^2}{12} n^2 - \left(1 + k^2 \frac{h^2}{12} \right) Rkn \right); \\ Y_n &= \frac{R^2}{\pi(\lambda+2\mu)h^2} \int_0^{2\pi} (N(p_2) + N(q_2)) \sin \frac{n\pi\beta}{\beta_1} d\beta. \end{aligned}$$

Границные условия трубопровода – оболочки по параметру α :

$$\begin{aligned} b_1^{(4)} &= \frac{h^2}{12}; \quad b_2^{(4)} = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \frac{h^2}{12} \left(\left(\frac{n}{2} \right)^2 - k^2 R^2 \right); \\ \bar{M}_n &= \frac{R^2}{\pi(\lambda+2\mu)h^2} \int_0^{2\pi} M(\phi_1) \cos \frac{n\pi\beta}{\beta_1} d\beta \\ \left[b_1^{(3)} \frac{\partial W_n}{\partial \alpha} - b_2^{(3)} \frac{\partial V_n}{\partial \alpha} + b_3^{(3)} U_n + \bar{Y}_n \right] h \delta V_n \Big|_{\alpha} &= 0; \\ \left[-b_1^{(4)} \frac{\partial^2 W_n}{\partial \alpha^2} + b_2^{(4)} W_n \bar{M}_n \right] h \delta \frac{\partial W_n}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha} &= 0, \quad (23) \end{aligned}$$

где



$$\begin{aligned} b_1^{(2)} &= R; \quad b_2^{(2)} = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \left(R \frac{h^2}{12} \left(\frac{n}{2} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - \left(1 + k^2 \frac{h^2}{12} \right) k R^2 \right); \quad b_3^{(2)} \\ &= \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} R \frac{n}{2}; \end{aligned}$$

$$\bar{X}_n = \frac{R^2}{\pi(\lambda+2\mu)h^2} \int_0^{2\pi} N(\phi_1) \cos \frac{n\pi\beta}{\beta_1} d\beta; \quad b_1^{(3)} = \\ \frac{\mu}{\lambda+2\mu} k \frac{h^2 n}{12^2}; \quad b_2^{(3)} = \frac{\mu}{\lambda+2\mu} R;$$

Начальные условия:

$$U_n = (W_n U_n V_n)^T; \quad F_n = (Z_n X_n Y_n)^T \quad (24)$$

$$A_1 \ddot{U}_n + A_2 \ddot{U}_n^{II} + A_3 U_n^{IV} + A_4 U_n^{II} + A_5 U_n^I + A_6 U_n + F_n = 0.$$

здесь

$$\begin{aligned} m_1^{(3)} &= \frac{k h^2 n}{R 12^2}, \\ m_2^{(3)} &= 1 + k^2 \frac{h^2}{12}. \end{aligned}$$

(20) – систему дифференциальных уравнений представим в векторной форме, вводя следующие векторы:

$$A_5 = \begin{pmatrix} 0 & -a_6^{(1)} & 0 \\ a_3^{(2)} & 0 & a_4^{(2)} \\ 0 & -a_4^{(3)} & 0 \\ -a_7^{(1)} & 0 & -a_8^{(1)} \\ 0 & -a_5^{(2)} & 0 \\ a_5^{(3)} & 0 & -a_6^{(3)} \end{pmatrix}; \quad A_6 =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -a_6^{(1)} & 0 \\ a_3^{(2)} & 0 & a_4^{(2)} \\ 0 & -a_4^{(3)} & 0 \\ -a_7^{(1)} & 0 & -a_8^{(1)} \\ 0 & -a_5^{(2)} & 0 \\ a_5^{(3)} & 0 & -a_6^{(3)} \end{pmatrix}. \quad (25)$$

С учетом (25) система дифференциальных уравнений (20) записываем в следующим виде:

$$A_i \quad (26)$$

где матрицы $U_n^I = \frac{1}{2h}(U_{n,i+1} - U_{n,i-1})$ имеют третий порядок, в соотношениях (21) приведены элементы матрицы $A_3 U_n^{IV} + A_4 U_n^{II} + A_5 U_n^I + A_6 U_n + F = 0$.

3. Результаты и обсуждение

При решении задачи (20), (23) и (24) используется метод конечных разностей второго порядка точности. На основе применения центрально – разностных формул получена следующая система алгебраических уравнений [12-13]. Начальные условие (24) после аппроксимации примет следующий вид:

$$\begin{aligned} &[M_1 U_{n,i-1}^{k+1} + \bar{M}_2 U_{n,i}^{k+1} + \bar{M}_3 U_{n,i+1}^{k+1} - \\ &- \bar{M}_1 U_{n,i+1}^{k+1} - \bar{M}_1 U_{n,i-1}^{k-1} - \bar{M}_2 U_{n,i}^{k-1} - \\ &- \bar{M}_3 U_{n,i+1}^{k-1}] \cdot t_0 h \delta U_{n,i+1}^{k-1} = 0 \end{aligned}$$

Разностная краевая задача решается с помощью метода прогонки [6]. Считается, что перемещения и их скорости заданы в начальный момент времени, а также, трубопровод защемлен при $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$. В векторном виде граничные условия выразятся следующим образом:

$$U_{n,0}^j = 0; \quad A' U_{n,-1}^j = A' U_{n,1}^j;$$

$$U_{n,N}^j = 0; \quad A' U_{n,N+1}^j = A' U_{n,N-1}^j. \quad (27)$$

при $i = 1, 2, \dots, N-1$ с учетом граничных условий (27), систему уравнений (26) перепишем в виде

$$B_n U_{n,i-1}^{k+1} + C_n U_{n,i}^{k+1} + B_n U_{n,i+1}^{k+1} = b_{n,j} \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} b_{n,i} &= \tau^2 F_{n,i}^k - (\bar{A}_n U_{n,i-2}^k + \bar{B}_n U_{n,i-1}^k \\ &+ \bar{C}_n U_{n,i}^k + \bar{D}_n U_{n,i+1}^k + \bar{A}_n U_{n,i+2}^k + \\ &+ B_n U_{n,i-1}^{k-1} + C_n U_{n,i}^{k-1} + B_n U_{n,i+1}^{k-1}) \end{aligned}$$

Из уравнения (28) можно вывести решение для i -го уравнения:

$$U_{n,i}^{K+1} = f_i - H_i U_{n,i+1}^{K+i}$$

где

$$f_i = (C_n - B_n H_{i-1})^{-1} (b_{n,i} - B_n f_{i+1}),$$

$$H_i = (C_n - B_n H_{i-1})^{-1} B_n.$$

При обратной прогонке определяются остальные значения вектора перемещений $U_{n,i}^k$.

В качестве примера, на основе разработанной методики расчета трубопровода – компенсатора при исходном и при повторном нагружении представлены изменения НДС по циклам нагружений.

В качестве примера, рассмотрена методика расчета трубопровода-компенсатора при повторном нагружении с учетом упругопластических свойств. Результаты расчета напряженного состояния при повторном нагружении представлены в табличном виде (Табл.1). Конструктивные параметры: $l=200$, $R=200$, $r_1=r_2=50$, $L_H=200$, $h=4$ [мм].

Таблица 1

Кинетика напряженного состояния при повторном нагружении

k	N_{yz}	$\bar{\sigma}_{11}^{(k)} 10^{-2}$	$\bar{\sigma}_{22}^{(k)} 10^{-2}$	$\bar{\sigma}_u^{(k)} 10^{-2}$
Материал – сталь ТС				
1	1	3,77875	1,50897	3,29453
	2	2.28069	3,54484	3,11171
	3	1,07162	-2,49826	3,17283
	4	2,40799	-0,89229	2,9569
2	1	6,04136	1,98930	5,33266
	2	2,92529	4,87101	4,24675
	3	1,83888	-380093	4,98177
	4	3,11230	-1,28425	3,91570
Материал – В-96				
1	1	3,77875	1.50897	3.29453
	2	2.28069	3.54484	3.11171
	3	1.07162	-2.49826	3.17283
	4	2,40799	-0.89229	2.9569
2	1	6,22931	2.01320	5.50603
	2	2,95902	4,94996	4.31403
	3	1,91048	-3.91352	5,14221
	4	3.12805	-1.29356	3,93755

Заметим, что условиями появления вторичных и т.п. пластических областей являются $\bar{\sigma}_u^{(n)} \geq \alpha_n \sigma_s$. Из анализа расчета следует, что с увеличением числа циклов нагружений кинетика напряженно-деформированного состояния компенсатора переходит в стационарное. Это объясняется режимом малоциклического нагружения, а также стабилизацией диаграмм циклического деформирования для упрочняющихся материалов. Результаты исследования НДС компенсаторов при циклическом нагружении показывают, что возникающие в компенсаторе пластические деформации локализованы в относительно узких зонах. Поэтому разрушение компенсатора при малоциклическом нагружении определяется главным образом накоплением повреждений и носит явно выраженный усталостный характер. Для расчета малоциклической прочности компенсаторов применяется деформационно-кинетический критерий [9]. Для

сравнительной оценки произведен также расчет НДС трубопровода - компенсатора с использованием ANSYS. Проанализированы результаты расчетных величин. В качестве иллюстрации на Рис.3. показано характер изменения расчетных величин при исходном нагружении ($P = 0,4 \cdot 10^5$ Па) [3].

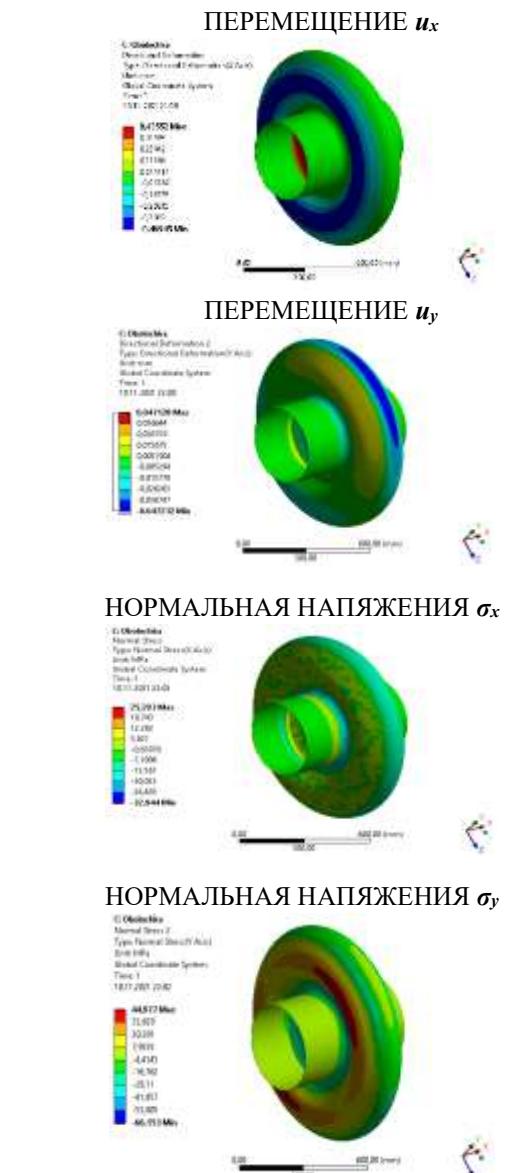


Рис. 3. Характер изменения компонентов перемещений и напряжений

Таблица 2
Результаты расчета перемещений и напряжений для компенсатора

u	w	v
0,43552	0,047128	0,047333
0,33497	0,036644	0,036845
0,23442	0,026159	0,026357
0,13386	0,015675	0,015869

σ_x	σ_y	σ_z
25,203	44,977	50,167
18,743	32,629	37,36

12,282	20,281	24,552
5,821	7,9335	11,745

4. Заключение

[1] На основе вариационного принципа выведены уравнения движения для магистральных трубопроводов – цилиндрических оболочек, взаимодействующих с грунтом при однократных и циклических нагрузках с соответствующими граничными и начальными условиями. Разработана процедура решения краевой задачи с применением метода конечных разностей. В качестве примера исследовано НДС трубопровода-компенсатора при однократном и повторном нагружении с учетом упругопластических свойств. Также, для сравнительной оценки произведен упругий расчет с использованием комплекса программ ANSYS.

[2] Разработанные методика расчета и программа апробированы и внедрены на объектах предприятий для использования при выполнении проектно-изыскательских расчетов. Результаты расчета позволяют оценить НДС трубопроводных систем при различных видах нагрузений, сократить сроки вычислительного процесса в 1,3-1,4 раза и повысить результативность проектных работ на 11-15% (Справка о внедрении Министерства транспорта Республики Узбекистан от 1 апреля 2022г. №2/1862).

Использованная литература / References

- [1] Власов В.З. Избранные труды. –Москва. Наука. – 1962 – 1964, Том I-III – 1506 с Алешин В.В. Численный анализ прочности подземных трубопроводов. – М.: Едиториал УРСС. – 2003. – 320 с.
- [2] АН Е.В., Рашидов Т.Р. Сейсмодинамика подземных трубопроводов, взаимодействующих с водонасыщенным мелкодисперсным грунтом //Изв. РАН. МТТ. – 2015. – № 3. – С. 89 – 104.
- [3] Абдулсаттаров А., Рузиева Н.Б., Сабиров Н.Х. Программа расчета нелинейного деформирования элементов подземных сооружений типа цилиндрических оболочек при повторно-статическом нагружении// Агентство по интеллектуальной собственности Республики Узбекистан, Свидетельство №ДГУ15398, 12.03.2022 г.
- [4] Мяченков В.И., Малышев В.П. Методы и алгоритмы расчета пространственных конструкций на ЭВМ. –М.: Машиностроение. –1984. – 280 с.
- [5] Москвитин В.В. Циклические нагрузления элементов конструкций. – М.: URSS. – 2019. – 344 с. (переизд.).
- [6] Буриев Т., Абдулсаттаров А. Разработка алгоритмов расчета несущих элементов конструкций при переменных нагрузлениях с учетом упрочнения-разупрочнения и накопления повреждений //Докл. АН РУз. – 2000. – №2. – С.13- – 7.
- [7] Абдулсаттаров А., Сабиров Н.Х., Абдулкадиров Ф.Э. К построению дискретных моделей и алгоритм реализации расчета оболочных конструкций типа цистерны //TUIT. «Проблемы вычислительной и прикладной математики». – 2019. №5. С. 62–71.

[8] Кабулов В.К. Алгоритмизация в теории упругости и деформационной теории пластичности. – Ташкент: Фан, – 1966. – 394 с.

[9] Karpov V.V., Maslenikov A.M. Methods for Solving Non-Linear Tasks for Calculating Construction Structures //World Applied Sciences Journal, 23(Problems of Architecture and Construction). 2013. Pp.178–183. <http://idosi.org/wasj/wasj23/28pac/2913/35.pdf>
DOI:10.5829/idosi. wasj. 2013.23 .pac.90035.

[10] Abdusattarov A., Ruzieva N.B and Abdukadirov F. Deformation and damage capacity of thin-walled rods and tubular conduits under alternating loading. E3S Web of Conferences 401, 03033 (2023). CONMECHYDRO –2023. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202340103033>.

[11] Abdusattarov A., Starovoitov E.I., Ruzieva N.B. Deformation and damage behaviour of elastoplastic structural elements under cyclic loading. Tashkent: "IDEAL PRESS", 2023, 381 pp.

[12] Sabirov N., Ruzieva N., Abdusattarov A. Mathematical Models of Pipeline Deformation Under Repeated - Variable Loading Taking into Account Damageability//International Conference on Actual Problems of Applied Mechanics AIP Conference Proceedings 2022. 030014.

[13] Abdusattarov A., Ruzieva N., Abdukadirov F. Modeling of elastic-plastic deformation of main pipelines under repeated static and dynamic loading// AIP Conference Proceedings, 2023, 2476, 030016.

Информация об авторах / Information about authors

Абдулсаттаров Абдулсаттаров Абдулсамат – профессор, доктор технических наук, профессор кафедры «Прикладная механика» Ташкентского государственного транспортного университета.
e-mail: abdusattarov4646@gmail.com
(0000-0003-2271-3768)

Рузиева Нодира Рузиева Нодира Баходировна – (PhD), доцент кафедры «Прикладная механика» Ташкентского государственного транспортного университета.,e-mail: nodi2005@rambler.ru
(0000-0002-2687-6962)

V. Soy, J. Turgaev, N. Takhirzhanov	
<i>Strength investigation of modified vermiculite concrete.....</i>	142
N. Mukhammadiev, M. Mukhammadrasulov,	
D. Tursinaliev	
<i>Flexible concrete (ECC) and its potential for sustainable construction in Uzbekistan</i>	145
S. Komilov	
<i>The main factors in determining optimal operating modes when compacting road foot grills with vibrating catocs.....</i>	148
S. Komilov	
<i>Method of detecting interaction parameters between the physical model valet and grunt.....</i>	151
A. Abdusattarov, N. Ruzieva	
<i>Methodological approaches to the implementation of the calculation of shell pipelines beyond the limits of elasticity under cyclic loading</i>	154
G. Khalfin	
<i>Current trends and innovative solutions in the construction sector</i>	161
U. Akishev, K. Lesov	
<i>Comprehensive assessment of the probability and severity of accidents at the mines of Donskoy gok using the Kinney method.....</i>	164
G. Khalfin	
<i>The introduction of the latest technologies and devices in the field of railway transport conditions.....</i>	168
A. Islomov	
<i>The maintenance of rails is a minor factor contributing to the extension of the service life of the railway track.....</i>	171
A. Islomov	
<i>Impact of high-speed trains on the service life of the rails</i>	174
A. Abdujabarov, M. Khamidov, M. Mekhmonov	
<i>Study and mitigation measures for the effects of stresses and vibrodynamic forces on rails resulting from the movement of freight train wheels</i>	177
I. Hikmatova, F. Zokirov	
<i>Determination of the displacements of the conjugated ends of the span structures of bridge structures and recommendations for selecting modern designs of deformation joints</i>	182

CONTEXT / MUNDARIJA